***Лекция 4***

**Эквивалентные преобразования сил, приложенных к твердому телу**

**Теорема о статической эквивалентности нагрузок.**

**Эквивалентные преобразования силы и пары.**

Как известно, силы, приложенные к одной точке, можно заменять одной ***равнодействующей*** силой, равной сумме сил.

Для произвольной механической системы возможны только точечные преобразования сил- их замена равнодействующей в точке.

Для твердого тела класс преобразований гораздо шире. Мы показали, что тело останется в покое под действием любой уравновешенной системы сил. Таким образом, все уравновешенные системы ***статически эквивалентны*** между собой и эквивалентны нулю (пустой системе).

В статике в основном изучаются тела, зафиксированные достаточными связями (опорами). Поскольку тела покоятся под действием любой нагрузки, то всегда выполняются условия равновесия.

Это значит, что при изменении нагрузки изменяются реакции связей. При этом полная система сил остается уравновешенной, претерпевая ***эквивалентные преобразования***.

Например, при движении автомобиля по мосту нагрузка (вес автомобиля) перемещается, и изменяются реакции опор. При этом полная система трех сил, приложенных к мосту, остается уравновешенной и претерпевает эквивалентное преобразование.

Рис.1

Нагрузки {**F**} и {**Q**} зафиксированного тела назовем ***статически эквивалентными***, если они вызывают одинаковые реакции связей.

Замена {**F**} на {**Q**} называется ***статически эквивалентным преобразованием*** нагрузки {**F**}.

При движении автомобиля (Рис.1) (параллельном переносе силы тяжести) реакции моста изменяются, значит, ***параллельный перенос силы не является статически эквивалентным преобразованием силы.***

Курс лекций по ТМ А.Костарева 2011

**Теорема о статической эквивалентности двух систем сил.**

Реакции статически определимых связей однозначно определяются из уравнений равновесия.

Поскольку в правых частях этих уравнения стоят проекции главного вектора и главного момента нагрузки, то очевидна справедливость  ***теоремы об эквивалентности нагрузок :***

***Необходимым и достаточным условием статической эквивалентности нагрузок {F} и {Q} является равенство их главных векторов и главных моментов.***

***Эквивалентные преобразования силы и пары сил в твердом теле.***

***Сила.***

По теореме об эквивалентности две эквивалентные силы должны быть векторно равны и давать одинаковый момент относительно произвольного центра. Очевидно, что для этого они должны иметь общую линию действия. ***Таким образом, силу в теле можно переносить только вдоль ее линии действия.*** Пример (Рис.1) показывает, что параллельный перенос силы изменяет реакции, значит, не является эквивалентным.

***Пара сил***

Главный вектор пары равен нулю, поэтому ее главный момент не зависит от центра. Таким образом, эквивалентны все пары с векторно-одинаковыми моментами. Значит, реакции связей не изменятся, если пару преобразовать, ***не изменяя вектора ее момента.*** Таким образом, можно:

1. изменять силу и плечо пары, не изменяя их произведения;
2. поворачивать пару в ее плоскости и
3. переносить пару в параллельную плоскость.

**Условия существования равнодействующей. Теорема Вариньона**

Если существует одна сила **R**, эквивалентная системе сил **{F}**, то **R** называется ***равнодействующей*** системы **{F}**.

Было показано, что силы, приложенные к точке, всегда имеют равнодействующую. Для твердого тела это не так.

Предположим, что система **{F}**, приложенная к твердому телу, имеет равнодействующую **R**. Тогда по теореме об эквивалентности она должна быть равна главному вектору системы

(3)

Поэтому первым условием существования равнодействующей является существование главного вектора системы:

(4)

Отсюда ясно, что пара не имеет равнодействующей.

Кроме того, по теореме об эквивалентности:

***Момент равнодействующей относительно произвольной точки***

***равен главному моменту системы сил относительно той же точки.***

Это свойство равнодействующей называется ***теоремой Вариньона.***

Найдем из теоремы Вариньона второе условие существования равнодействующей. Поскольку момент равнодействующей (а значит и главный момент системы) перпендикулярен самой равнодействующей (главному вектору) то вторым условием существования равнодействующей будет перпендикулярность главного момента **Mo** главному вектору **V** системы .

Итак, построив в точке О главный вектор и главный момент, можно утверждать, что система сил имеет равнодействующую, если

**;**  (5)

Отметим, что равнодействующая имеет практический смысл, когда она реализуема, то есть ее можно приложить к телу. Это так, если линия действия равнодействующей как минимум пересекает тело. Равнодействующую, например, сил тяжести бублика, расположенного в горизонтальной плоскости, легко нарисовать, но трудно приложить к бублику.

Как было показано, главный момент плоской системы сил, как и системы параллельных сил перпендикулярен главному вектору. Значит, такие системы имеют равнодействующую, если **V ≠ 0**. Пара сил не имеет равнодействующей. Однако минимальное изменение одной из сил пары приведет к малой по величине и нереализуемой равнодействующей, поскольку она будет удалена от тела.

Очевидной и реализуемой равнодействующей системы реакций связей (даже избыточных) для тела, нагруженного одной силой **F,** является сила **F**  на той же линии.

Курс лекций по ТМ А.Костарева 2011

**Теорема Пуансо.**

***Произвольная система сил {F}, приложенных к твердому телу, эквивалентна «винту» {Po;m}, состоящему из:***

***одной силы приложенной в произвольной точке О тела,***

***и пары {Q, Q'} с моментом***

Рис.2

**Po = V**

**m = Mo**

**Q**

**Q’**

o

Для доказательства теоремы вычислим главный вектор и главный момент «винта»:

(2)

Видим, что они соответственно равны главному вектору и главному моменту исходной системы {**F**}, значит, теорема доказана. Операция эквивалентного преобразования системы сил к силе и паре называется  ***приведением системы сил к точке*** (приложения силы).

Теорема Пуансо справедлива только для твердого тела. Перемещая, например, силу вдоль вертикально подвешенной резинки, мы не меняем реакцию в точке закрепления, но изменяем длину самой резинки. Чем ниже сила, тем длиннее станет резинка.

**Приведенные контактные реакции.**

Реальные тела контактируют по некоторой, чаще небольшой, поверхности. Например, если конец стержня забетонировать в стене, то получим связь, называемую «глухая заделка» (Рис.3).

m

**R**

**F**

Рис.3

Аналогичные реакции возникают в гаечном ключе (Рис.4).

Силы контактных реакций распределены неизвестным образом по закрашенной поверхности. Найти их распределение невозможно без учета деформаций тела.

Уравнения статики, позволяют найти не распределение реакций, а их статические характеристики: силу R и момент m винта, к которому по теореме Пуансо можно привести реакции в некоторой точке поверхности контакта.

Рис.4

Очевидно, что «глухая заделка» достаточна для фиксации тела. Любая добавочная связь будет избыточной.

Курс лекций по ТМ А.Костарева 2011

Другие, более «слабые» связи, можно получить из «глухой заделки» , снимая ограничения на перемещения или поворот в определенном направлении. При этом исчезает соответствующая составляющая силы или момента реакции.

m

**R**

**F**

Рис.5

Если, например, отверстие в стене сделать сквозным (Рис.5), то стержень получит возможность горизонтального перемещения, и горизонтальная составляющая реакции исчезнет. Получим связь, называемую «скользящей заделкой».

Распределенная нагрузка тоже может быть по теореме Пуансо приведена к силе и моменту. Если нагрузка q(x) односторонняя, то у нее есть равнодействующая, равная площади «эпюры», и приложенная в «центре тяжести» эпюры. На Рис.6 приведены примеры равномерной и треугольной нагрузок.

Рис.6

0

*l*

q(x)

Q=∫q(x)dx

q

0

*l*

*l/2*

Q=q*l*

0

*l*

*2l/3*

Q=q*l/2*

q